با نام او

تمرین های درس کنترل غیرخطی

شماره ۱

تمرین‌های شماره ۱، ۳ (الف وج) و ۶ تا تاریخ ۸۹/۱۲/۱۶ تحویل گردد.

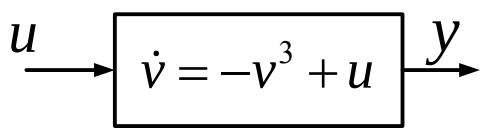
۱. برای یک سیستم، الگوی تغییراتی مرتبهٔ اول $\dot{x} = -x(x^2 - 1) + u$ ارائه گردیده است.

الف) نمایشِ بلوکیِ سیستم را به همراهِ این الگو و نایقینی‌هایِ ممکن در ورودی و حالتِ واقعی ارائه کنید.

ب) تعادلهایِ الگو را برای $u \equiv 0$ بدست آورده و در مورد نوعِ رفتار حول هر یک داوری کنید.

ج) بازای $u \equiv u_0$ که $u_0 \in R$ ، بازای مقادیر گوناگون آن، در مورد تعادل‌های ممکن و نوعِ رفتار حول آنها بدقت بحث کنید.

۲. سیستم حاکم بر سرعت متحرکی بصورت زیر است:



الف).برای $u=0$ ، آیا می‌توان به روش خطی سازی در نقطهٔ (یا نقاط) تعادل، در مورد پایداری و یا ناپایداری آنها قضاوت نمود؟

ب) محدوده‌ی ورودی های ثابت غیرصفر را که در آن سیستم پایدار می‌باشد را مشخص کنید.

۳. برای هریک از سیستم های زیر همه‌ی نقاط تعادل را یافته نوع هریک از نقاط تعادل تنها را تعیین کنید.

الف)

$$\dot{x}_1 = (1 - x_1)x_1 - \frac{2x_1x_2}{1 + x_1}$$
$$\dot{x}_2 = \left(2 - \frac{x_2}{1 + x_1}\right)x_2$$

ب)

$$\dot{x}_1 = (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_2^2 - 1)$$
$$\dot{x}_2 = (x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2 - 1)$$

ج)

$$\dot{x}_1 = -x_1^3 + x_2$$
$$\dot{x}_2 = x_1 - x_2^3$$

۴. برای هر یک از سیستم‌های زیر پیکره‌ی فاز را رسم کنید و راجع به رفتار کیفی سیستم بحث کنید.

الف)

$$\dot{x}_1 = x_2 cos x_1$$
$$\dot{x}_2 = sin x_1$$

ب)

$$\dot{x}_1 = (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_2^2 - 1)$$
$$\dot{x}_2 = (x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2 - 1)$$

ج)

$$\dot{x}_1 = -x_1^3 + x_2$$
$$\dot{x}_2 = -x_1^3 - 4x_2$$

۵. معادلات سرعتهای زاویه ای جسمی که برآیند گشتاورهای وارده به آن صفر است، حول محورهای اصلی اش، بصورت زیر است:

$$\underline{\omega} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad , \quad I_x > I_y > I_z \quad , \quad a = \frac{I_y - I_z}{I_x}, b = \frac{I_x - I_z}{I_y}, c = \frac{I_x - I_y}{I_z}$$

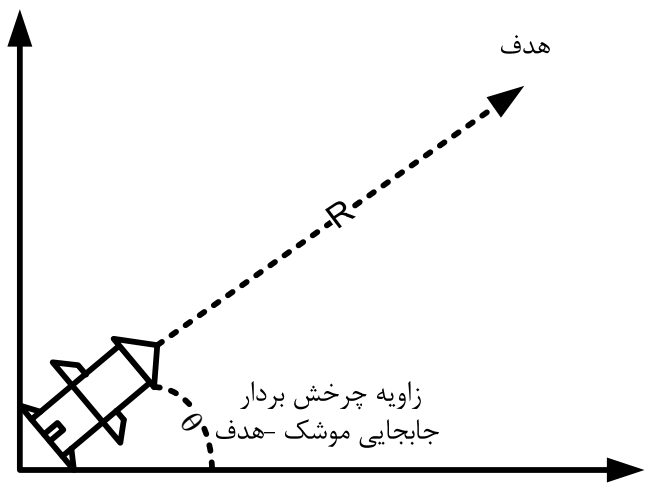
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & yz \\ -b & xz \\ c & xy \end{bmatrix} \qquad a, b, c > 0$$

الف) تمامی نقاط تعادل ممکن این سیستم را تعیین کنید و در فضای حالت سه بعدی نمایش دهید.

ب) به روش خطی سازی، نشان دهید تعادلهای $(0, y_0, 0)$ ناپایدارند.

ج) سعی کنید صفحه فاز را برای هر دو متغیر به صورت مجزا رسم کنید. برای این کار می‌توانید یکی از سه متغیر را مقدار ثابتی فرض کرده و صفحه فاز را برای دو متغیر دیگر رسم کنید. در ادامه در مورد رفتار کیفی سیستم بحث کنید.

۶. معادلات سینماتیکی درگیری یک موشک با هدف در صفحه دو بعدی به صورت زیر می‌باشد.



$$\ddot{R} = r^2 R + (a_{t1} - a_{m1})$$

$$\dot{r} = \left(-\frac{2\dot{R}}{R}\right) r + \frac{a_{t2} - a_{m2}}{R}$$

که در آن $a_t = [a_{t1} \;\; a_{t2}]$ بردار شتاب هدف، $a_m = [a_{m1} \;\; a_{m2}]$ بردار شتاب موشک ، R فاصله موشک تا هدف و r نرخ چرخش زاویه بردار جابجایی موشک-هدف می‌باشد. حال فرض کنید هدف مورد نظر برای اصابت ثابت و یا حداقل دارای سرعت ثابت باشد آنگاه می توان بردار شتاب آن را صفر در نظر گرفت . و همچنین فرض کنید a_{m1} صفر باشد. معادلات به صورت زیر خواهد شد.

$$\ddot{R} = r^2 R$$

$$\dot{r} = \left(-\frac{2\dot{R}}{R}\right) r - \frac{a_{m2}}{R}$$

اکنون برای درک کیفی این موضوع r را ثابت در نظر بگیرید. لذا معادلات به صورت زیر خلاصه می‌شوند.

$$\ddot{R} = r^2 R$$

اکنون به ازای r های ثابت مختلف درباره رفتار کیفی این سیستم بحث کنید.(با رسم صفحه فاز $\dot{R}$ بر حسب R) برای سادگی بیشتر شرایط اولیه را به صورت زیر در نظر بگیرید.

$$R(0) = R_0 > 0$$

$$-\dot{R}(0) = V_{cl}(0) > 0$$

(این شرایط اولیه به این معناست که که هدف جلوی روی موشک است و موشک به گونه‌ای پرتاب می‌شود که موشک در حال نزدیک شدن به هدف است و اذا شرایط اولیه درگیری از ربع چهارم است).

با استفاده از صفحه فازی که رسم نموده اید تحلیل کنید که با چه شرایط اولیه‌ای برخورد صورت می‌گیرد.
راهنمایی : (در حالت برخورد مقدار نهایی R صفر خواهد شد و در حالت عدم برخورد R غیر صفر خواهد شد).